MX – ELEKTRONIK
Prof. Dr.-Ing. Peter Marx
Fon: 0049-(0)30-8051980
Fon: 0049-(0)30-4504-2315
Mobil: 0178-1323639
E-Mail: info@mx-electronic.com

D-14109 BERLIN (GERMANY)
Am Kleinen Wannsee 12 J
Commerzbank AG
BLZ: 100 400 00
Kto.-Nr.: 4412342
BIG (SWIFT)-Code: COBADEFFXXX
IBAN-Code : DE75 1004 0000 0441 2342 00

www.mx-electronic.com
www.litg.de

Steuer-Nr.: 25/435/60291
Ust-IdNr.: DE 136545764

Beispiel für ein

LED-Videodisplay-Lichtimmissions-Prognosegutachten

Betr.: Erstellung eines Lichtimmissions-Prognosegutachtens für eine geplante Außenwerbung mittels eines Mediagrids (LED-Video-Display) an einer Haus-Fassade

Rechtsgrundlagen und Literatur zu Lichtimmissionen

/1/ Lichtrichtlinie: Messung und Beurteilung von Lichtimmissionen, Beschluss des LAI vom 2.11.2000

/2/ Bundes-Immissionsschutzgesetz vom 26.09.2002 (BGBl. I .3830)
/3/ Empfehlungen für die Messung, Beurteilung und Minderung von Lichtimmissionen künstlicher Lichtquellen, LiTG-Druckschrift 12.3 vom Mai 2011

/4/ LAI – Hinweise zur Messung, Beurteilung und Minderung von Lichtimmissionen vom 13.9.2012

/5/ Dr.-Ing. Udo Fischer: „Lichtwerbung ohne Risiko“, Zeitschrift LICHT 4, 2013, S. 40 - 42
/6/ „Hinweise zur Messung, Beurteilung und Minderung von Lichtimmissionen“, Amtsblatt für Berlin, ISSN 0943-9064, 63. Jahrgang, Nr. 34, A 1262, vom 2.8 2013, ab Seite 1630

/7/ Hinweise zur Messung, Beurteilung und Minderung von Lichtimmissionen der Bund / Länder-Arbeitsgemeinschaft (LAI), Stand 28.10. 2014

Gebietsart nach BauNVO

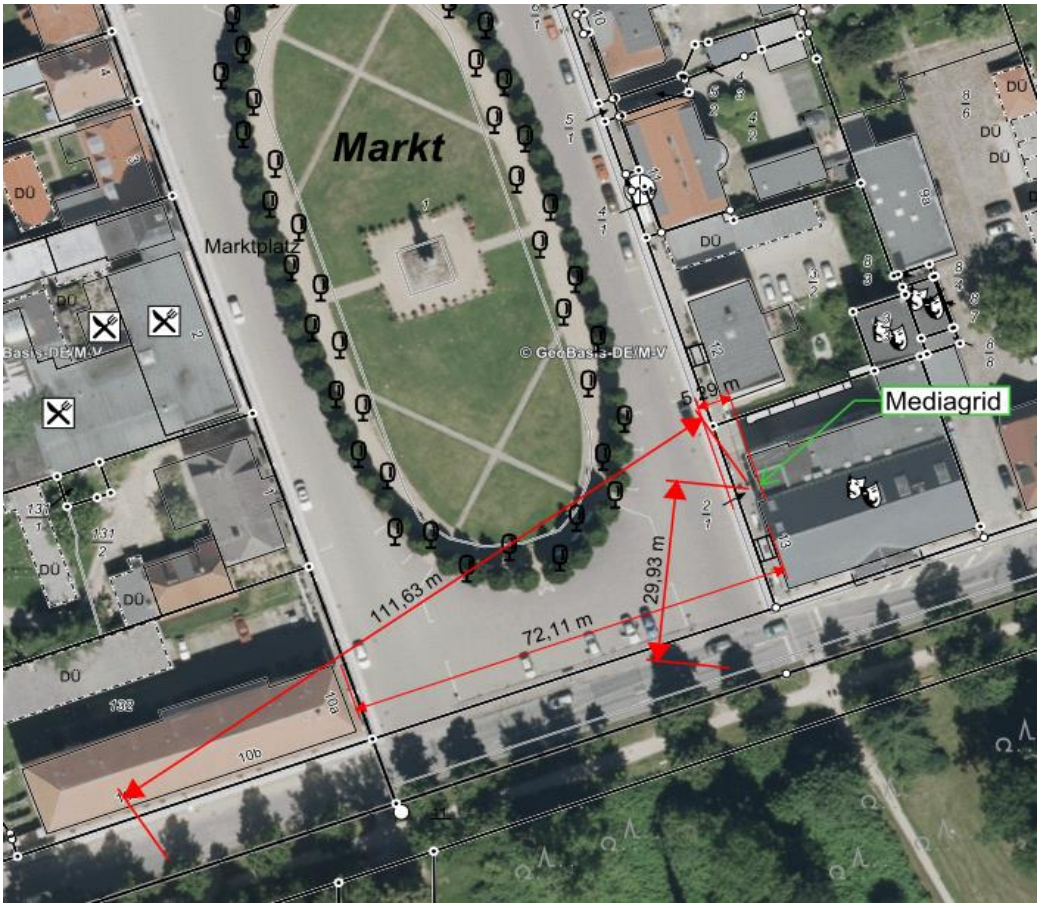
Die Gebietsart im nahen Umfeld des LED-Displaysist als Mischgebiet gem. § 6 BauNVO ausgewiesen.

Geplante Werbeanlage

Vorgesehen ist eine Außenwerbungsanlage mittels eines LED-Video-Displays (sog. Mediagrid) an einer Haus-Fassade.

LED-Video-Display im Fenster eines Gebäudes

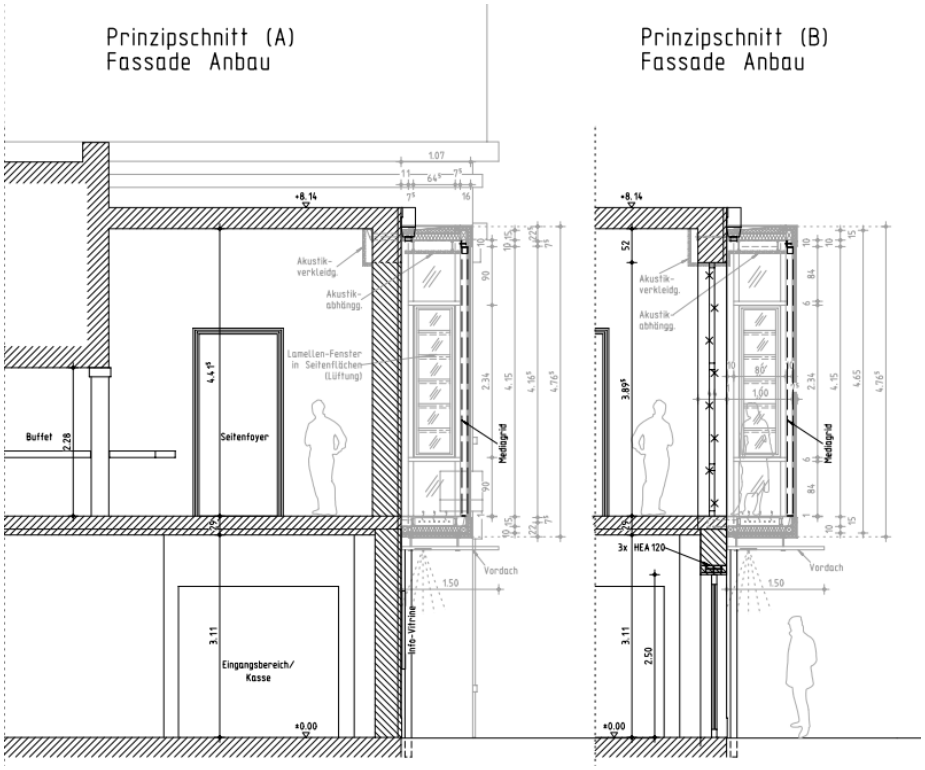
LED-Video-Display am Gebäude



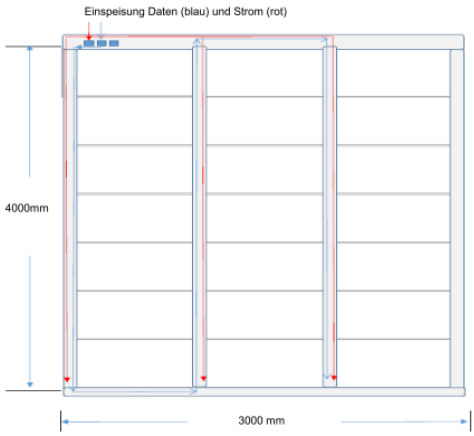
Satellitenansicht mit Mediagrid (LED-Videodisplay)

Verkehrssituation

Die Abmessungen des Mediagrids sind: 3 m breit, 4 m hoch. Die Unterkante des LED-Displays liegt ca. 3,40 m über dem Gehwegniveau.



Konstruktions-Skizze der Außenwerbungsanlage mit integriertem transparenten LED-Video-Display



Technische Daten	pro m²	Gesamt bei 12 m²
Anschlusswert:	900 W	10,8 kW/h
Verbrauch:	250 W	3 kW/h
Auflösung:	32.768 Pixel	393.216 Pixel
Pixel Pitch:		3,9 mm x 7,8 mm
Transparenz:		80 %
Helligkeit:		5.500 nit (cd/m²)
Farbtiefe:		14 bit
Refreshrate:		3.850 Hz
Öffnungswinkel LED		160°
Bildwiederholfrequenz:		60 Hz
Betriebstemperatur:		- 20 … + 50° C
Datenschnittstelle:		VGA, DVI,HDMI
Netzspannung:		230V/50Hz

Technische Daten des LED-Videodisplays (Mediagrid). Die maximale Leuchtdichte dieses dimmbaren LED-Videodisplays beträgt L_{max} = 5500 cd/m².

Lichtimmissionen

Lichtimmissionen gehören zu den schädlichen Umwelteinwirkungen, wenn sie nach Art, Ausmaß oder Dauer geeignet sind, Gefahren, erhebliche Nachteile oder erhebliche Belästigungen für die Allgemeinheit oder für die Nachbarschaft herbeizuführen.

Genehmigungsbedürftige Anlagen sind gemäß § 5 Abs.1 Nr.1 und 2 BImSchG so zu errichten und zu betreiben, dass schädliche Umwelteinwirkungen durch Licht nicht hervorgerufen werden

können und dass Vorsorge gegen schädliche Umwelteinwirkungen, insbesondere durch die dem Stand der Technik entsprechenden Maßnahmen zur Emissionsbegrenzung getroffen wird.

Zu den Licht emittierenden Anlagen zählen künstliche Lichtquellen aller Art, wie z.B. Außenleuchten auf Straßen, Parkplätzen, Grünanlagen, Scheinwerfer zur Beleuchtung von Sportstätten, von Verladeplätzen und für Anstrahlungen sowie Lichtreklamen, aber auch hell beleuchtete Flächen, wie z.B. angestrahlte Fassaden oder selbst leuchtende Plakatflächen, Plakatsäulen, LED-Lichtwerbeanlagen, LED-Video-Bildwände, Lichtkunstanlagen usw.

Raumaufhellung von Wohnräumen, insbesondere von Schlafzimmern

Die Raumaufhellung von Wohnräumen wird durch die mittlere vertikale Beleuchtungsstärke $\overline{E}_F$ in der Fensterebene beschrieben. Wird die mittlere Beleuchtungsstärke am Immissionsort maßgeblich durch andere Lichtquellen bestimmt, sollen Maßnahmen an der zu beurteilenden Beleuchtungsanlage solange ausgesetzt werden, wie die Anlage nicht wesentlich zur Gesamtbeleuchtungsstärke beiträgt. Ändert sich die Lichtaussendung in kürzerem Rhythmus als 5 Minuten, handelt es sich um Wechsellicht. Hier müssen ggf. Erhöhungsfaktoren zwischen 1,5 bis 5 je nach dem Grad der Auffälligkeit berücksichtigt werden.
Bei farbigem Licht muss ggf. zusätzlich der Erhöhungsfaktor 2 angesetzt werden.

Für nichtperiodisches Licht abstrahlende LED-Video-Anlagen gibt es z. Z. keine Beurteilungsempfehlungen. Wechsellicht- und Farbzuschlag sind nicht zu kumulieren. Es gilt der höhere Zuschlag.

Für die Differenzbildung sind die Beleuchtungsstärkewerte $E_{F,i}$ (mit) und $E_{F,i}$ (ohne) an den Messpunkten i zu messen, die sich bei eingeschalteter (d.h. mit) und bei ausgeschalteter (d.h. ohne) künstlicher Beleuchtung ergeben. Der durch die zu beurteilende Anlage verursachte mittlere Beleuchtungsstärkewert errechnet sich aus:

$$\overline{E}_F = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[E_{F,i}(mit) - E_{F,i}(ohne)\right]$$

Wenn $\overline{E}_F$ größer als $\overline{E}_{Fzul}$ + 20% ist, sind Maßnahmen zur Reduzierung der Vertikalbeleuchtungsstärke erforderlich.

	Immissionsort (Einwirkungsort) Gebietsart nach § BauNVO [2]	mittlere Beleuchtungsstärke $\overline{E}_F$ in lx	
		06 Uhr bis 22 Uhr	22 Uhr bis 06 Uhr
1	Kurgebiete, Krankenhäuser, Pflegeanstalten [1]	1	1
2	reine Wohngebiete (§ 3) allgemeine Wohngebiete (§ 4) besondere Wohngebiete (§ 4 a) Kleinsiedlungsgebiete (§ 2) Erholungsgebiete (§ 10)	3	1
3	Dorfgebiete (§ 5) Mischgebiete (§ 7)	5	1
4	Kerngebiete (§ 7)[2] Gewerbegebiete (§ 8) Industriegebiete (§ 9)	15	5

Immissionsrichtwerte der zulässigen mittleren Beleuchtungsstärke E_F in der Fensterebene von Wohnungen während der Dunkelstunden

Die Immissionsrichtwerte dienen zur Begrenzung der Beleuchtungsstärke E_F an Fenstern von Wohnungen, bzw. an begrenzenden Wänden von Balkonen und Terrassen, hervorgerufen von Beleuchtungsanlagen während der Dunkelstunden, ausgenommen ist die öffentliche Straßenbeleuchtung.

<u>Definition der Dunkelstunden:</u>

Eine Stunde vor Sonnenuntergang bis eine Stunde nach Sonnenaufgang.

<u>Definition der Hellstunden:</u>

Eine Stunde nach Sonnenaufgang bis eine Stunde vor Sonnenuntergang.

Während der Tageszeit (Hellzeit), d.h. eine Stunde nach Sonnenaufgang bis eine Stunde vor Sonnenuntergang liegt der Richtwert für die maximale tolerable Blendleuchtdichte einer LED-Video-Werbeanlage nach /7/ (Völker et al.) bei

$$L_{max} = 2500 \text{ cd /m}^2$$

Die Zeiten für den Sonnenaufgang, den Sonnenuntergang, die Tageslänge, die Hellstunden und die Dunkelstunden incl. den Zeitverschiebungen – bedingt durch die Umstellungen auf die Sommer- und Winterzeit - können dem Link:

https://calendar.zoznam.sk/sunset-de.php?city=2911298 entnommen werden.

Mit diesen Daten kann die Leuchtdichte des LED-Video-Displays während der Dunkelstunden, d.h. eine Stunde vor Sonnenuntergang bis eine Stunde nach Sonnenaufgang über das Jahr per Software exakt gesteuert werden.

Das Programm **LunaSolCal** berechnet:

- Sonnenaufgang
- Sonnenhöchststand (Kulmination)
- Sonnenuntergang

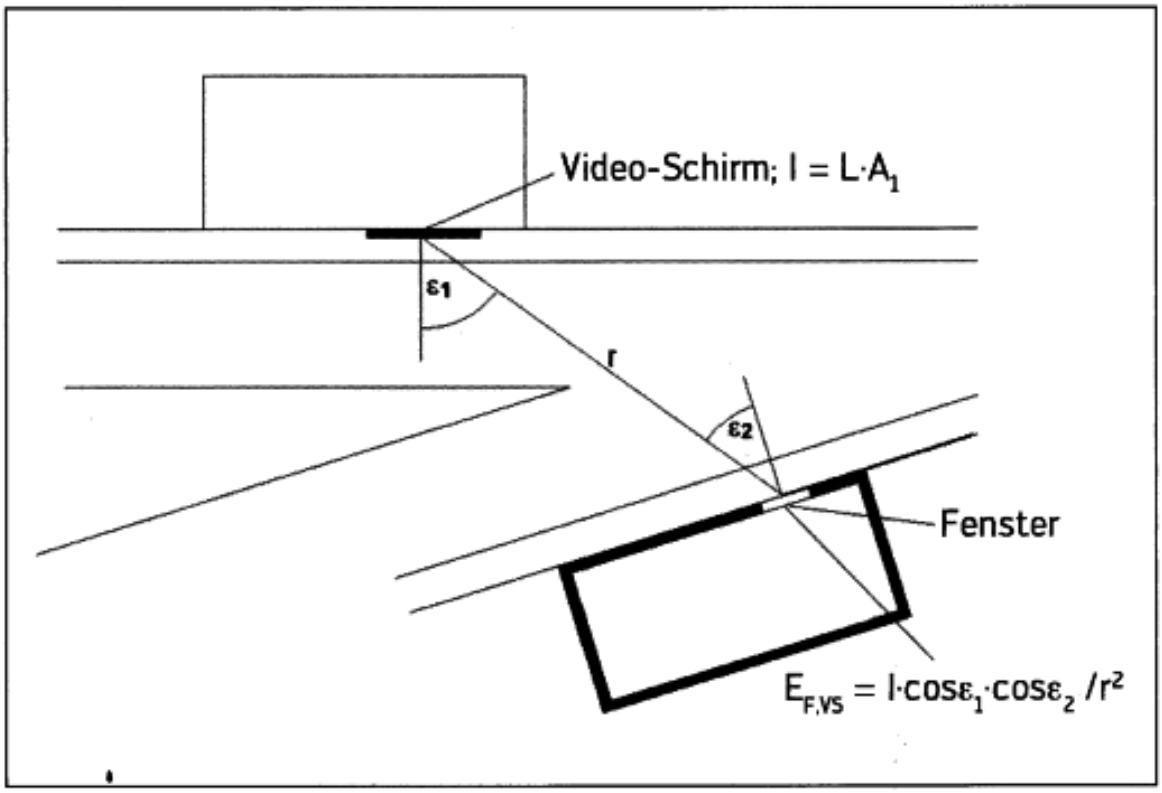
- Bürgerliche Dämmerung (Beginn/Ende)

Auch eine astronomische Schaltuhr (Preis ca. 160 €) kann ergänzend verwendet werden.

Theben Schaltuhr SEL 172 top2

theben

Astronomische Schaltuhr, 16 A Relais mit Nulldurchgangsschaltung, 2 Externe Eingäng mit vielen konfigurierbaren Funktionen (Dauer-Ein, Dauer-Aus, Timer, Treppenlichtfunktion, ...),Wählbarer Astro-Modus pro Kanal: Modus 1: Abends Ein, Morgens Aus (z. B. Straßenbeleuchtung) Modus 2: Abends Aus, Morgens Ein (z. B. Terrarium) Modus 3: Astro-Funktion deaktiviert, also nur Schaltuhrfunktion, 3 Sonderprogramme je Kanal Sonder 1: Astro-Zeiten mit einer anderen Nacht-Unterbrechungen bzw. einer...



Prinzip-Skizze zur Berechnung der von einem LED-Videoschirm (VS) erzeugten vertikalen Beleuchtungsstärke $E_{F,VS}$ in der Fensteröffnung in allgemeiner Anordnung

Die Abbildung zeigt, dass sich die Beleuchtungsstärke $E_{F,VS}$ aus der Leuchtdichte L der Blendlichtquelle (hier LED-Videoschirm), der Fläche A_1 des LED-Videoschirms, dem Lichtaustrittswinkel ε_1, dem Abstand r zwischer dem Immissionsort und der Mitte des LED-Videoschirms und dem Lichteinfallswinkel ε_2 ergibt:

$$E_{F,VS} = L \cdot A_1 \cdot \cos \varepsilon_1 \cdot \cos \varepsilon_2 / r^2$$

Grundsätzlich können sich signifikante störende Lichtimmissionen ergeben, wenn der Beobachter das LED-Display in geringer Entfernung r und in voller Größe $A_1 \cdot \cos 0°$ sieht, d. h. mit senkrechtem Blick auf die Displayebene.

Je größer der Abstand r zwischen dem Beobachter und dem LED-Display ist und je schräger ($\varepsilon_1 > 0°$) die Blickrichtung auf die Displayfläche $A_1 \cdot \cos \varepsilon_1$ ist, umso geringer ist eine mögliche unzulässige Lichtimmission.

Lichtimmissions-Berechnungen

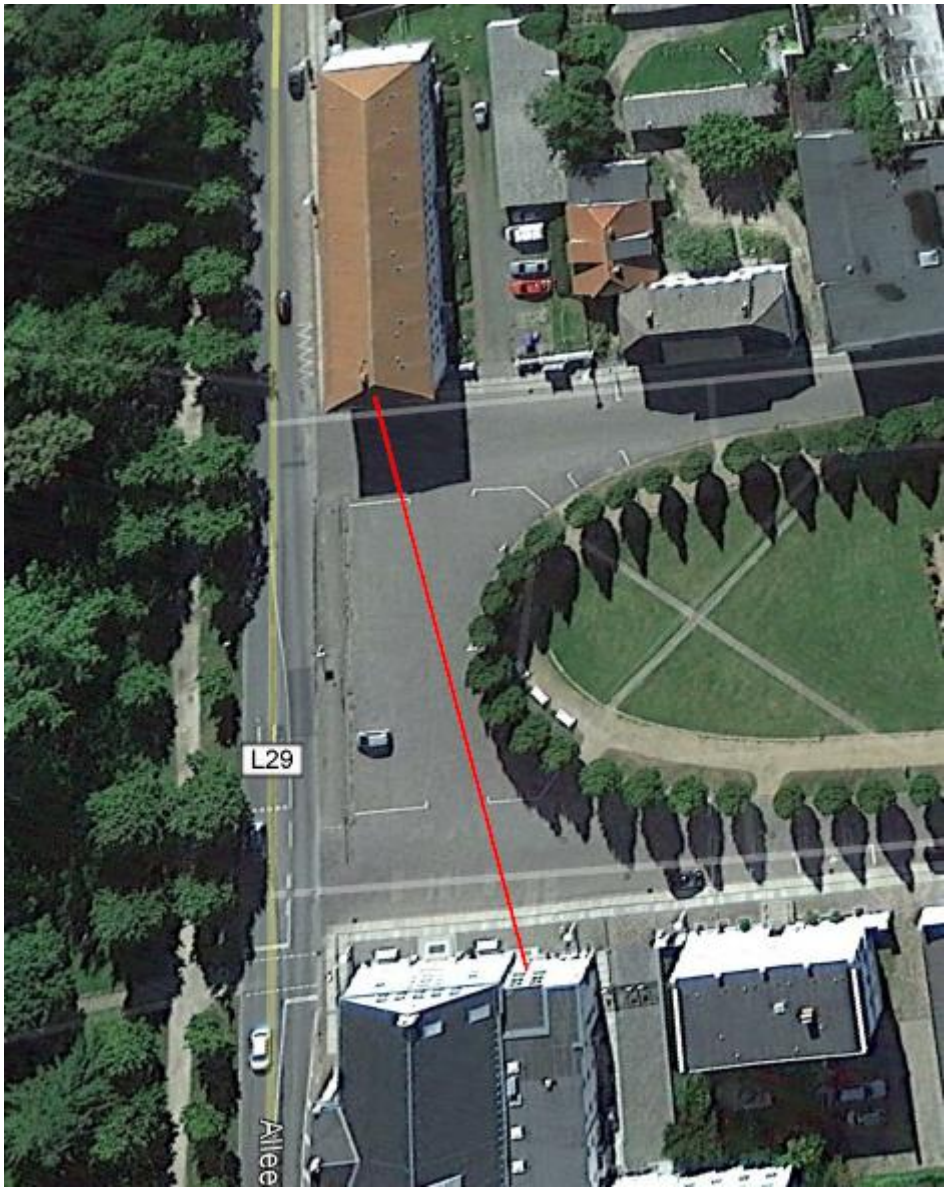
Die Fenster im 1. OG des gegenüber dem Mediagrid liegenden Wohnhauses sind als besonders kritisch bzgl. möglicher Lichtimmissionen zu bewerten.

Fenster im gegenüber liegenden Wohnhaus

In der nachfolgenden Berechnung wird deshalb das Fenster im 1. OG über dem Eingang dieses Wohnhauses als signifikanter Immissionsort ausgewählt.

Die Mitte des LED-Displays befindet sich 5,4 Meter über dem Niveau des Gehweges.

Die Fenster im 1. OG des Wohnhauses liegen ungefähr auf derselben Höhe wie der Mittelpunkt des Werbe-Displays.



Die Entfernung zwischen der Mitte des Mediagrids und den Fenstern im 1.OG des gegenüber liegenden Wohnhauses beträgt r = 75 m

Der horizontale Ausstrahlungwinkel ε_1 des Mediagrids und der horizontale Einstrahlungswinkel auf Fenster des Wohnhauses ε_2 sind jeweils 10 Grad. Die vertikalen Aus- bzw. Einstrahlungswinkel sind in etwa Null Grad gegen die Normalen.

Die maximale vertikale Beleuchtungsstärke – wie auch die Leuchtdichte - werden bei horizontaler Ausstrahlung vom Mittelpunkt des LED-Displays in Richtung des Fensters im 1. OG des Wohnhauses berechnet.

Wenn hier die berechneten zulässigen Grenzwerte eingehalten werden, sind alle weiteren möglichen Immissionsorte im Umfeld des Mediagrids unkritisch, da diese weiter entfernt liegen bzw. größere Ein- und Ausfallswinkel aufweisen.

Technische Daten der verwendeten LED-Module

Öffnungswinkel der LEDs:

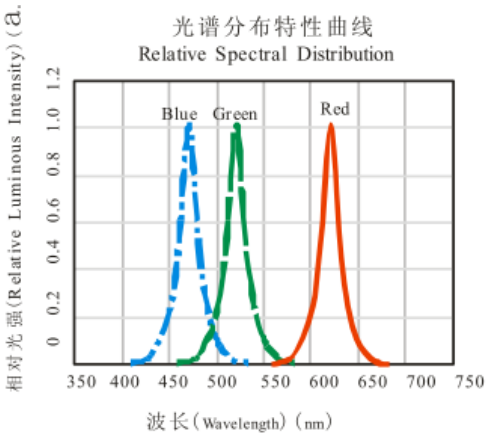
- Horizontal: 160 °
- Vertikal:110 °

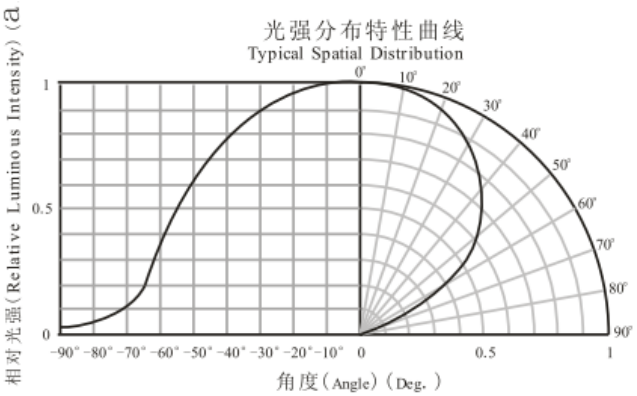
Max. Leuchtdichte bei Weißbild:

- 5500 nit (cd/m²)

Lichtausbeute:

- 76 lm/W





Spektren und Lichtstärkeverteilung eines LED-Pixels

Berechnung der maximalen vertikalen Beleuchtungsstärke E_F am Fenster im 1. OG des Wohnhauses, wenn das LED-Display Weißlicht mit 5500 cd/m² ausstrahlt.

Die leuchtende LED-Fläche des Mediagrids beträgt A_1 = 3 m x 4 m = 12 m².

Mit der maximalen Leuchtdichte bei Weißlicht von 5500 cd/m² erhält man für die maximale Lichtstärke

$$I_{max} = L_{max} \cdot A_1 = 5500\ cd/m^2 \cdot 12\ m^2 = 66000\ cd$$

Die vorgelagerte Sicherheitsscheibe weist einen Licht-Transmissiongrad von 0,75 auf (siehe Bild 6), d.h. die Lichtstärke vermindert sich auf

$$I = 66000\ cd \cdot 0{,}75 = 49500\ cd$$

Die Leuchtdichte ist dann

$$L = 5500\ cd/m^2 \cdot 0{,}75 = 4126\ cd/m^2$$

Der Abstand zwischen der Mitte des LED-Displays und dem mittleren Fenster im1. OG ist:

$$r = 75 \text{ m}$$

Beim Ausstrahlungswinkel des LED-Displays von $\varepsilon_1 = 10°$ folgt mit Bild 14 eine Verminderung der Lichtstärke um 1 %, d. h. $I_{\varepsilon 1} = 49005$ cd.

Damit erhält man für die vertikale Beleuchtungsstärke im mittleren Fenster im 1. OG des Wohnhauses (Raumaufhellung)

$$E_F = (I_{\varepsilon 1} / r^2) \cdot \cos \varepsilon_2 = [49005 \text{ cd} / (75 \text{ m})^2] \cdot \cos 10° = 8{,}6 \text{ lx}$$

E_F ist ein Maß für die Raumaufhellung.

Wegen der farbigen Videopräsentationen wird ein Erhöhungsfaktor von 2 angesetzt.

$$E_F = 2 \times 8{,}6 \text{ lx} = 17{,}2 \text{ lx}$$

<u>Für Mischgebiete gilt:</u>

Maximal zulässig ist von 6 Uhr bis 22 Uhr: $E_{Fzul} = 5$ lx

Maximal zulässig ist von 22 Uhr bis 6 Uhr: $E_{Fzul} = 1$ lx

E_F ist größer als E_{Fzul} , es sind daher Maßnahmen zur Reduzierung der Vertikalbeleuchtungsstärken am Fenster erforderlich.

Für die Dunkelstunden in der Zeit von 6 Uhr bis 22 Uhr folgt:

5 lx / 17,2 lx = 0,291 ≙ 29,1 %, d.h. die Lichtstärke bzw. die entsprechende

Leuchtdichte L = 4126 cd/m² muss auf 29,1 % ≙ **L = 1201 cd/m²** reduziert werden.

Entsprechend gilt für die Dunkelstunden von 22 Uhr bis 6 Uhr:

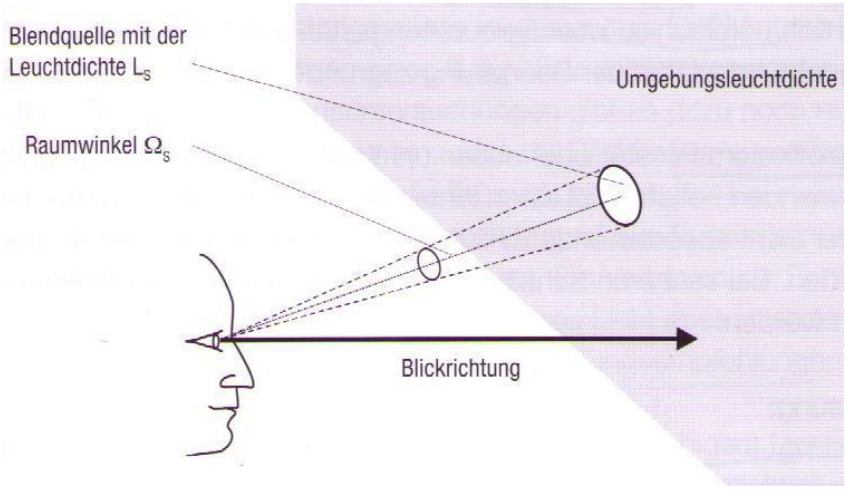
1 lx / 17,2 lx = 0,058 ≙ 5,8 %, d.h. L muss auf 5,8 % ≙ **L = 239 cd/m²** reduziert werden.

Zum Vergleich: Ein weißes Blatt Papier auf einem Schreibtisch, der mit der normgerechten Beleuchtungsstärke von 500 lx beleuchtet wird, weist eine Leuchtdichte von ca. 150 cd/m² auf, d.h. die berechneten reduzierten Leuchtdichten sind auch in den Dunkelstunden noch sehr gut sichtbar.

Da die LED-Lichtanlage mit Pulsweiten-Modulation gedimmt werden kann, lassen sich somit die berechneten zulässigen Lichtimmissionswerte einstellen, um die Grenzwerte der Lichtimmissionsrichtlinie einzuhalten.

Psychologische Blendung durch Lichtquellen

Für die Störwirkung sind die Leuchtdichte L der Blendlichtquelle, die Umgebungsleuchtdichte und der Raumwinkel, vom Betroffenen aus gesehen, maßgebend.
Die Beurteilung der Blendung - verursacht durch die Leuchtdichte – gilt nur unter der Voraussetzung, dass vom Immissionsort aus bei üblicher Position des Beobachters der Blick zur Blendquelle hin möglich ist. Als Blickrichtung wird dann dieser Blick zur Blendquelle hin angenommen, weil sich das Auge im Allgemeinen unwillkürlich zur Blendlichtquelle hinwendet, da diese häufig das auffälligste Sehobjekt im Gesichtsfeld ist. Das Fenster 1 ist auch bzgl. der Blendung am kritischsten!



Skizze zur psychologischen Blendung

Als Konvention zur Berechnung von Werten für die maximale tolerable mittlere Leuchtdichte $\overline{L}_{\max}$ einer technischen Blendlichtquelle wird für den Bereich des Immissionsschutzes folgende Beziehung festgelegt:

$$\overline{L}_{\max} = k \cdot \sqrt{\frac{L_U}{\Omega_S}}$$

Es bedeuten:

$\overline{L}_{\max}$ maximal tolerable Leuchtdichte einer Blendlichtquelle in cd/m², gemittelt über den zugehörigen Raumwinkel Ω_S

L_U Maßgebende Leuchtdichte der Umgebung der Blendlichtquelle in cd/m². Falls die aus Messungen ermittelte Umgebungsleuchtdichte $\overline{L}_{U,mess}$ kleiner als 0,1 cd/m² ist, wird mit L_U = 0,1 cd/m² gerechnet

Ω_S Raumwinkel der vom Immissionsort aus gesehenen Blendlichtquelle in sr

k Proportionalitätsfaktor; er dient zur Festlegung der Immissionsrichtwerte $\overline{L}_{\max}$

Der Anwendungsbereich der Gleichung wird auf

0,1 cd/m² ≤ L_U ≤ 10 cd/m² und 10^{-7} sr ≤ Ω_S ≤ 10^{-2} sr beschränkt.

Die mittlere Leuchtdichte $\overline{L}_S$ der zu beurteilenden Blendquelle soll die berechneten Werte $\overline{L}_{\max}$ + 40% nicht überschreiten.

Wenn $\overline{L}_S$ größer als $\overline{L}_{max}$ + 40% ist, sind Maßnahmen zur Reduzierung der Störleuchtdichten erforderlich.
Diese Werte beziehen sich auf Beleuchtungsanlagen die mehrmals in der Woche, jeweils länger als eine Stunde eingeschaltet sind.

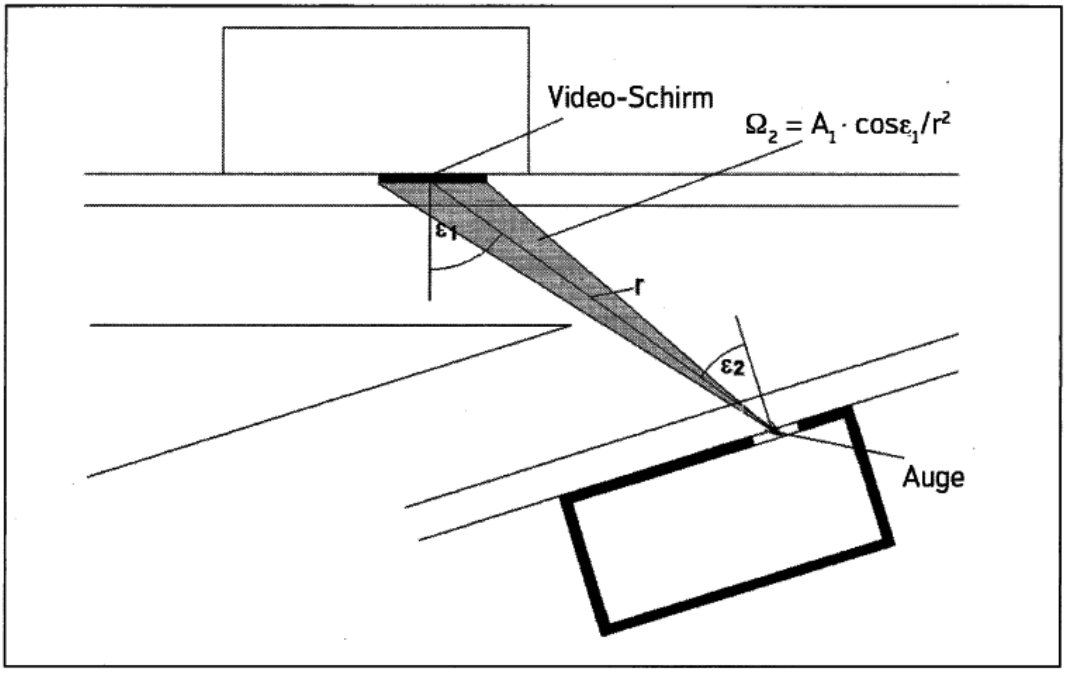
	Immissionsort (Einwirkungsort) (Gebietsart nach § BauNVO) [2]	**Immissionsrichtwert k für Blendung**		
		6 h bis 20 h	**20 h bis 22 h**	**22 h bis 6 h**
1	Kurgebiete, Krankenhäuser, Pflegeanstalten (§ 3)[1)]	32	32	32
2	reine Wohngebiete allgemeine Wohngebiete(§ 4) besondere Wohngebiete (§ 4a) Kleinsiedlungsgebiete (§ 2) Erholungsgebiete (§ 10)	96	64	32
3	Dorfgebiete (§ 5) Mischgebiete (§ 6)	160	160	32
4	Kerngebiete (§ 7) [2)] Gewerbegebiete (§ 8) Industriegebiete (§ 9)	-	-	160

Proportionalitätsfaktor k zur Festlegung der maximal zulässigen mittleren Leuchtdichte L_{max} technischer Lichtquellen während der Dunkelstunden

<u>Berechnung der maximal zulässigen Leuchtdichte für das Fenster im 1. OG</u>

Der Wert der Hintergrund-Leuchtdichte (L_u) beträgt je nach Wetterlage zwischen 0,1 und 0,9 cd/m². Als Mittelwert wurde 0,2 cd/m² im Stadtzentrum angenommen.

$$L_U = 0{,}2\ cd/m^2$$



Prinzip-Skizze zur Erläuterung des Raumwinkels $\Omega_s = \Omega_2 = A_1 \cdot \cos \varepsilon_1 / r^2$

Als Konvention zur Berechnung von Werten für die maximale tolerable mittlere Leuchtdichte $\overline{L}_{\max}$ einer technischen Blendlichtquelle wird für den Bereich des Immissionsschutzes folgende Beziehung festgelegt:

$$\overline{L}_{\max} = k \cdot \sqrt{\frac{L_U}{\Omega_S}}$$

Der Raumwinkel Ω_s, unter dem das Mediagrid vom Fenster des Wohnhauses erscheint, errechnet sich zu

$$\Omega_s = (A_{Mediagrid} \cdot \cos \varepsilon_1) / r^2 = (12\ m^2 \cdot \cos 10°) / (75\ m)^2 = 0{,}0021\ sr$$

r ist die Entfernung von der Mitte des Fensters im 1. OG bis zur Mitte der leuchtenden Fläche des Mediagrids. (Luftlinie).

Die übliche nächtliche Leuchtdichte in der Umgebung des Theaters ist L_u = 0,2 cd/m².

Die vom Immissionsort A gesehene zulässige Leuchtdichte des Mediagrids (LED-Video-Display) wird mit nachstehender Formel berechnet:

$$\overline{L}_{\max} = k \cdot \sqrt{\frac{L_U}{\Omega_S}}$$

Der Immissionsrichtwert **k** für die psychologische Blendung beträgt für Mischgebiete

von 22:00 Uhr bis 6:00 Uhr **k = 32**.

$$\bar{L}_{max} = k \cdot \sqrt{\frac{L_u}{\Omega_s}} = 32 \cdot \sqrt{\frac{0{,}2}{0{,}0021}} = 312 \frac{cd}{m^2}$$

Lmax,zul = 312 cd/m²

und von 6:00 Uhr bis 22:00 Uhr **k = 160**

$$\bar{L}_{max} = k \cdot \sqrt{\frac{L_u}{\Omega_s}} = 160 \cdot \sqrt{\frac{0{,}2}{0{,}0021}} = 1560 \frac{cd}{m^2}$$

Lmax,zul = 1560 cd/m²

Hieraus folgt, dass die maximale Leuchtdichte des Mediagrids in den Dunkelstunden für diesen Immissionsort von

22:00 Uhr bis 6:00 Uhr	312 cd/m²	und von
6:00 Uhr bis 22:00 Uhr	1560 cd/m²	betragen darf.

Die zulässigen Leuchtdichtegrenzwerte bzgl. der psychologischen Blendung liegen über den Werten für die Raumaufhellung und sind damit unkritisch.

Eine psychologische Blendung tritt also nicht auf, wenn die zulässige Raumaufhellung am Fenster im 1. OG des Wohnhauses nicht überschritten wird.

Physiologische Blendung von Kraftfahrern

Wie gefährlich Blendung in der Straßenbeleuchtung ist und die Sicherheit reduzieren kann, weiß jeder Kraftfahrer aus eigener Erfahrung. Deshalb ist die wirksame Begrenzung der physiologischen Blendung ein wichtiges Kriterium für gute Straßenbeleuchtung.
Das Verfahren für die Blendungsbegrenzung in der Straßenbeleuchtung orientiert sich an der physiologischen Wirkung der Blendung und zeigt, wie stark die Erkennbarkeitsschwelle des Auges durch Blendung reduziert wird.

Das TI-Verfahren in der Straßenbeleuchtung

In der Außenbeleuchtung wird die physiologische Blendung nach dem TI-Verfahren (Threshold Increment) bewertet. Der TI-Wert gibt an, um wie viel Prozent die Sehschwelle aufgrund von Blendung erhöht wird. Die Sehschwelle ist der Leuchtdichteunterschied, bei dem ein Objekt gerade noch vor seinem Hintergrund erkannt wird. Bei einer blendfreien Straßenbeleuchtung adaptiert das Auge auf die mittlere Fahrbahnleuchtdichte L.
Ein Sehobjekt auf der Fahrbahn ist gerade sichtbar, wenn es gegenüber seiner Umgebung einen Leuchtdichteunterschied (Schwellenwert) von L_0 aufweist. Befinden sich dagegen Blendlichtquellen im Gesichtsfeld, erzeugen diese im
Augeninneren ein Streulicht, das sich wie ein Schleier auf die Netzhaut legt.

Diese zusätzliche „Schleierleuchtdichte“ L_s bewirkt, dass das Auge auf ein höheres Niveau $L + L_s$ adaptiert, obwohl die mittlere Fahrbahnleuchtdichte L unverändert bleibt. Das Sehobjekt mit dem Leuchtdichteunterschied L_0 gegenüber seiner Umgebung wird unsichtbar.

Zur Beurteilung der Lichtimmissionen von Beleuchtungsanlagen, die keine Straßenbeleuchtungsanlagen darstellen, wird hinsichtlich der Nutzer angrenzender Verkehrsstraßen nach der Norm DIN EN 12464-2 bez. DIN EN 12193 das in der Straßenbeleuchtung übliche Verfahren zur Bewertung der physiologischen Blendung herangezogen.

Nach dieser Methode wird die Störwirkung einer oder mehrerer Blendlichtquellen auf die Wahrnehmbarkeit eines Sehobjektes durch die äquivalente Schleierleuchtdichte L_v beschrieben.

L_v ist hierbei abgeleitet aus der Wahrnehmung eines dem Sehfeld überlagerten Leuchtdichteschleiers entsprechend der Streubeleuchtungsstärke auf der Netzhaut, die durch die von den Blendlichtquellen im Auge hervorgerufenen Streuungen bedingt ist.

Formelwerk

$$L_{vi} = k_A \cdot \frac{E_i}{\Theta^2}$$

Darin bedeuten:

- L_{vi} die Schleierleuchtdichte hervorgerufen durch in Blendlichtquelle i in cd/m²
- k_A ein vom Alter abhängiger Proportionalitätsfaktor; üblicherweise wird $k_A = 10$ gesetzt für einen 23 Jahre alten Beobachter
- E_i die Beleuchtungsstärke am Auge des Beobachters in der Ebene senkrecht zur Blickrichtung, erzeugt von der Blendlichtquelle i in lx
- Θ_i der Winkel zwischen der Blickrichtung und der Richtung zur Blendlichtquelle i in Grad, wobei die Gültigkeit der Gleichung auf Winkel Θ zwischen 1,5° und 60° beschränkt ist.

Die Schleierleuchtdichte L_v aller im Gesichtsfeld sichtbaren Leuchten n kann durch einfache Addition der einzelnen Beiträge L_{vi} ermittelt werden. Für den hier interessierenden Bereich der mittleren Umfeldleuchtdichten L_m kann die Schwellenwerterhöhung TI in % bestimmt werden zu:

$$TI/\% = 65 \cdot \frac{L_v}{L_m^{0,8}}$$

Zur Berücksichtigung des Alters A in Jahren des angenommenen Beobachters kann die Konstante k_A in Gleichung (4) entsprechend modifiziert werden:

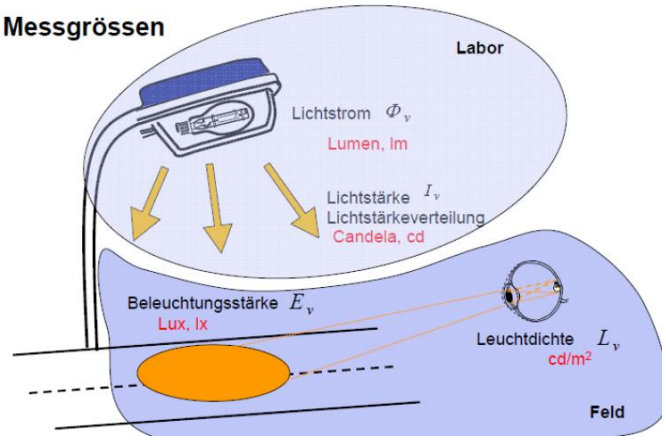
$$k_A = 9{,}86 \cdot \left[1 + \left(\frac{A}{66{,}4}\right)^4\right]$$

Die Wirkung der physiologischen Blendung kann am besten durch die Erhöhung der relativen Unterschiedsschwelle TI beschrieben werden, die eine Folge der Erhöhung der zur gesehenen Leuchtdichte proportionalen Netzhautbeleuchtungsstärke ist.

Die Schwellenwerterhöhung TI darf für relevante Beobachterpositionen für Blickrichtungen in Bewegungsrichtung längs der Verkehrswege 15 % nicht überschreiten.

Der Ermittlung der Schwellenwerterhöhung ist eine mittlere Umfeldleuchtdichte L_m (Adaptationsleuchtdichte) im Gesichtsfeld des Beobachters zugrunde zu legen, deren Höhe sich nach der Beleuchtungsklasse der in Betracht kommenden Verkehrsstraßen richtet.

Für die Beleuchtungsklassen ME1 und ME2 wird L_m = 5 cd/qm, für die Beleuchtungsklassen ME3 und ME4 wird L_m = 2 cd/qm und für die Beleuchtungsklasse ME5 wird L_m = 1 cd/qm angenommen.



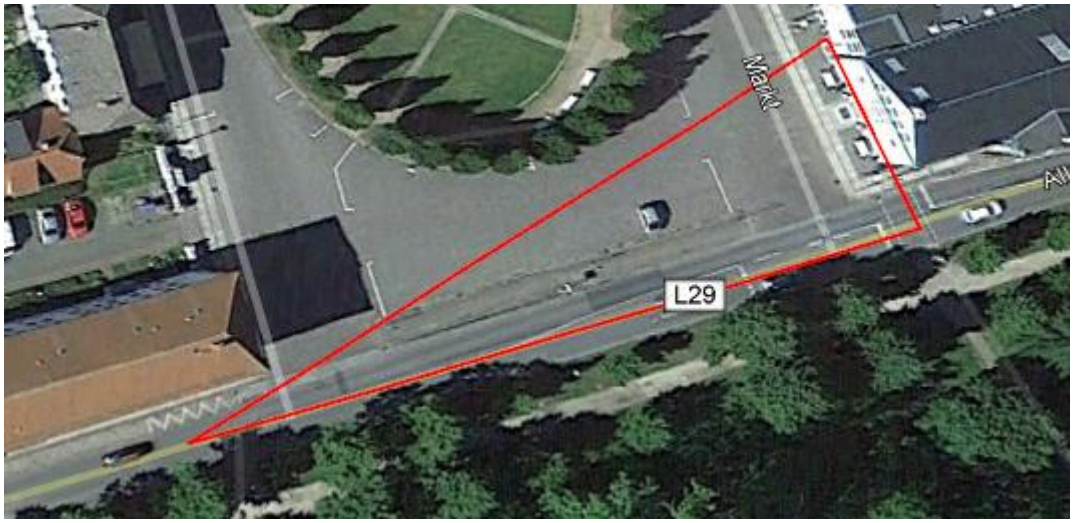
Lichttechnische Zuammenhänge bei der Straßenbeleuchtung

Betrachtung des LED-Video-Displays hinsichtlich einer möglichen Blendung von Kraftfahrern

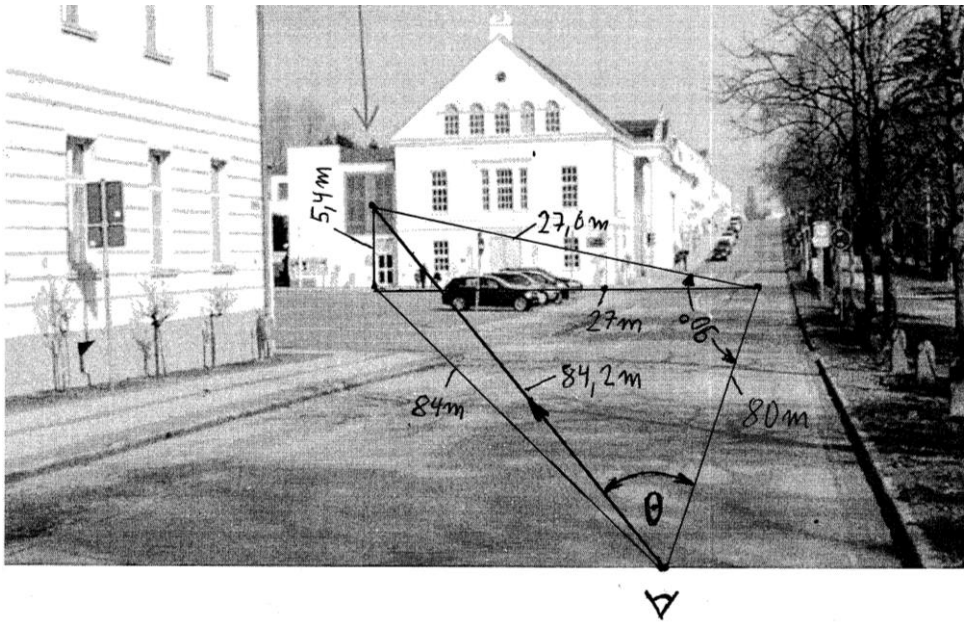
Straße am Gebäude mit dem LED-Display

Die Beleuchtungsklasse ME4 mit einer mittleren Fahrbahnleuchtdichte von L_m = 2 cd/qm wird hier als realistisch angenommen.

Kraftfahrer sehen das LED-Display in Fahrtrichtung auf der linken Seite.



Darstellung des Boden-Dreiecks 80 m / 27 m / 84 m



tan Θ = 27,6 m / 80 m = 0,345; Θ = arc tan 0,345 = 19°

Skizze zur Bestimmung des TI-Wertes.

Der Kraftfahrer sieht das Mediagrid unter einem Beobachtungswinkel von Θ = 19 Grad und in einem Abstand (Luftlinie) von

r = 84,2 m

Dies ist der kritischste Fall in Bezug auf eine mögliche physiologische Blendung. Das Durchschnittsalter A der deutschen Bevölkerung beträgt 43 Jahre. Damit folgt für den Alters-Faktor K_A:

$$K_A = 9{,}86\ [\ 1 + (\ 43 / 66{,}4)^4] = 11{,}6$$

Nach der Norm DIN EN 12464-2 bez. DIN EN 12193 darf die Schwellenwerterhöhung TI für relevante Beobachterpositionen bei Blickrichtungen in Bewegungsrichtung längs der Verkehrswege 15 % nicht überschreiten.

Mit der folgenden Formel wird deshalb für TI = 15 % die maximale zulässige Lichtstärke des Video-Displays in Richtung des Kraftfahrers berechnet.

$$I_{max} = (TI \cdot L_m^{\,0,8} \cdot r^2 \cdot \Theta^2)\ /\ (65 \cdot k_A \cdot \cos \Theta)$$

Mit $\mathbf{L_m} = 2$ cd / m² (ME4) erhält man

$$\mathbf{I_{max,zul}} = [15\ \% \cdot 2^{\,0,8} \cdot (84{,}2\ m)^2 \cdot (19°)^2]\ /\ (65 \cdot 11{,}6 \cdot \cos 19°) = \mathbf{93757\ cd}$$

Die maximale weiße Gesamtlichtstärke des LED-Displays in der Normalenrichtung ist

$$\mathbf{I_{ges,weiß} = 66000\ cd}$$

Damit ist $\mathbf{I_{max,zul}}$ größer als die maximale Lichtstärke des Mediagrids, d.h., eine physiologische Blendung der Kraftfahrer kann ausgeschlossen werden.

Zusammenfassung

Die einzuhaltenden Lichtimmissions-Grenzwerte beziehen sich auf die Dunkelstunden – e**ine Stunde vor Sonnenuntergang bis eine Stunde nach Sonnenaufgang** - und sind deshalb von der Jahreszeit abhängig.

Für den Immissionsort Fenster im 1. OG über dem Hauseingang des Wohngebäudes gegenüber dem Theater folgt:

In den Dunkelstunden in der Zeit **von 6 Uhr bis 22 Uhr** muss die Leuchtdichte des

Mediagrids auf **L = 1201 cd/m²** reduziert werden.

In den Dunkelstunden in der Zeit **von 22 Uhr bis 6 Uhr** muss die Leuchtdichte des

Mediagrids auf **L = 239 cd/m²** reduziert werden.

Ergebnis:

Bei Einhaltung dieser o. g. Grenzwerte werden eine unzulässige Raumaufhellung,

eine psychologische Blendung von Bewohnern des Wohnhauses sowie eine

physiologische Blendung von Kraftfahrern durch den Betrieb des Mediagrids vermieden.

Die Steuerungssoftware für das Mediagrid muss entsprechend programmiert werden.

Die Einstellung dieser zulässigen Werte kann durch geeignete Lichtmessgeräte für Beleuchtungsstärke und Leuchtdichte efolgen.

Mit diesen Maßnahmen erfüllt die Mediagrid-LED-Video-Anlage die Anforderungen der Lichtimmissions-Richtlinie.

Kontroll-Messungen mit Beleuchtungsstärke- und Leuchtdichtemessgeräten können ggf. nach Inbetriebnahme des Mediagrids vorgenommen werden.

Prof. Dr.-Ing. Peter Marx
Sachverständiger für Lichttechnik

Hinweis:
Die vorliegende Licht-Immissions-Prognose basiert auf den vorgegebenen Planungsunterlagen. Die tatsächliche Installation darf hiervon nicht abweichen.

Lichttechnischer Anhang

Hinweis zur Bewertung bei Wechsellicht

Bei Beleuchtungsanlagen mit veränderlichen Betriebszuständen ist nach der Lichtrichtlinie § 4.1 der Beleuchtungszustand grundsätzlich bei der maximalen Helligkeit zu bewerten, d.h. im vorliegenden Fall mit maximaler weißer Lichtfarbe.

Beleuchtungsanlagen, deren Betriebszustände sich nicht schneller als in einem 5-minütigen Rhythmus ändern, gelten als zeitlich konstant abstrahlend.
Ändern sich die Betriebszustände in weniger als fünf Minuten wesentlich, dann liegt ein Wechsellicht vor. In besonders auffälligen Wechsellichtsituationen (z. B. große Schwankungen der Lichtstärke, schnelle Hell-Dunkelübergänge, blitzlichtartige Vorgänge, schnelle Folgefrequenzen des Wechsellichtes), die lästiger als zeitlich konstantes Licht empfunden werden, sind bei der Beurteilung der Raumaufhellung die Maximalwerte je nach Auffälligkeit mit einem Faktor 2 bis 5 zu multiplizieren und mit den Immissionsrichtwerten der Tabelle 1 zu vergleichen.

Zusätzlich führt die Lichtemission ins Freie zu Streuungen, sowohl an der Atmosphäre, als auch an Aerosolen über Stadt- und Industriegebieten (sog. „Lichtglocken“). Damit werden z.B. astronomische Beobachtungen beeinträchtigt.

Durch Lichtimmissionen kann weiterhin das natürliche Gleichgewicht in der Natur gestört werden, beispielsweise dadurch, dass Insekten von intensiven Lichtquellen angelockt werden. Sie fehlen dann an anderer Stelle und locken ihrerseits Insekten suchende Tiere (z.B.

Fledermäuse, Vögel) an mit einer Reihe von negativen Konsequenzen für die übrige Fauna und Flora.

Die Blendung von zeitlich veränderlichem Licht wird im Allgemeinen als lästiger empfunden als Gleichlicht. Verallgemeinerbare Wirkungsuntersuchungen gibt es dazu noch nicht. Untersuchungen deuten jedoch darauf hin, dass die Blinkfrequenz von intermittierendem Licht maßgebenden Einfluss auf die Störempfindung hat.

Besteht eine Beleuchtungsanlage aus mehreren, dicht beieinander angeordneten einzelnen Leuchten, so darf jede einzelne Leuchte die Immissionswerte für Blendung nach Tabelle 2 nicht überschreiten. Bei derartigen Anordnungen wird die Störwirkung u.U. zu gering eingestuft, da die Belästigung durch die Gesamtanlage stärker als durch eine einzelne Leuchte ist. Gesicherte Ergebnisse über die Summenwirkung mehrerer Leuchten liegen jedoch bislang nicht vor.

Lichttechnisch-mathematische Erläuterungen der verwendeten Formeln

• **Leuchtdichte:** L_v $[cd \cdot m^{-2}]$

$$L_v = \frac{d^2\phi_v}{dA_{p1} \cdot d\Omega_1} = \frac{dI_v(\gamma_1)}{dA_{p1}} \qquad \text{(A5.27)}$$

Die Leuchtdichte ist ein Parameter für die Beschreibung der „Helligkeit" von Objekten, sie ist das Verhältnis der Lichtstärke in Richtung γ_1, die von einer Fläche abgestrahlt wird, und der scheinbar leuchtenden Fläche (s.a. Gleichung A4.3).

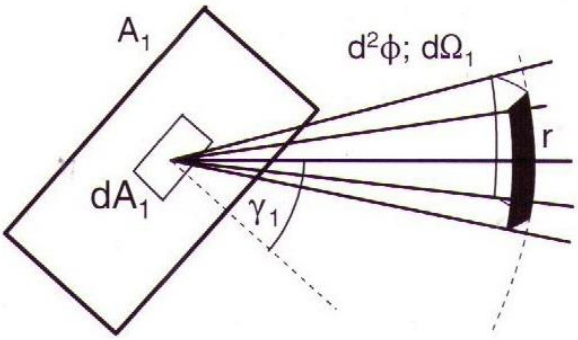


Bild A17: Leuchtdichtedefinition

Neben der üblichen Leuchtdichte-Einheit $cd \cdot m^{-2}$ existieren noch eine Reihe anderer Einheiten für die Leuchtdichte (s.a. Anhang D Tabelle D2)

Einige typische Leuchtdichten enthält Tabelle A5.

Tabelle A5: Leuchtdichtewerte einiger Lichtquellen

Lichtquelle	Leuchtdichte [kcd/m^2]
Zimmerwand	0,04
Mond	2,5
Kerze	8
Leuchtstofflampe	20
Natriumdampf-Hochdrucklampe	
mit beschichtetem Kolben	200
mit Klarglaskolben	4 000
Glühlampe (Klarglas)	15 000
Xenonhöchstdrucklampe	180 000
Sonne	1 600 000

5.8 Zusammenstellung der lichttechnischen Größen

Im Anhang D Tabelle D1 sind die deutschen und englischen Bezeichnungen der Größen un jeweiligen Einheiten aufgelistet.

1. Photometrisches Strahlungsäquivalent: K_m

- für photopisches Sehen: $K_m = 683\ lm\ W^{-1}$ bei $\lambda_m = 555\ nm$
- für skotopisches Sehen: $K'_m = 1699\ lm\ W^{-1}$ bei $\lambda_m = 507\ nm$

Für andere Wellenlängen gilt: $K(\lambda) = K_m \cdot v(\lambda)$ bzw. $K'(\lambda) = K'_m \cdot v'(\lambda)$

2. Lichtstrom ϕ_v (Gln. A5.4)

$$\phi_v = K_m \cdot \int_{380nm}^{780nm} \phi_{e\lambda} \cdot v(\lambda) \cdot \mathrm{d}\lambda$$ (Einheit: 'Lumen'; lm)

3. Lichtmenge Q_v (Gln. A5.10)

$$Q_v = \int_0^T \phi_v \cdot \mathrm{d}t$$ (Einheit: 'Lumenstunde'; $lm \cdot h$)

4. Lichtstärke I_v (Gln. A5.13)

$$I_v = \frac{\mathrm{d}\phi_v}{\mathrm{d}\Omega_1}$$ (Einheit: 'candela'; cd, $lm \cdot sr^{-1}$)

5. Leuchtdichte L_v (Gln. A5.27)

$$L_v = \frac{\mathrm{d}^2\phi_v}{\mathrm{d}A_{p1} \cdot \mathrm{d}\Omega_1} = \frac{\mathrm{d}I_v}{\mathrm{d}A_{p1}}$$ (Einheit: $cd \cdot m^{-2}$)

6. Beleuchtungsstärke E_v (Gln. A5.21)

$$E_v = \frac{\mathrm{d}\phi_v}{\mathrm{d}A_2}$$ (Einheit: 'Lux', lx, $lm \cdot m^{-2}$)

7. Belichtung H_v (Gln. A5.24)

$$H_v = \int_0^T E_v \cdot \mathrm{d}t$$ (Einheit: $lx \cdot s$)

6. Beziehungen zwischen den Grundgrößen

Die Beziehungen zwischen den Grundgrößen sind durch die geometrischen Verknüpfungen gegeben. Alle Gleichungen, die daraus entstehen, gelten deshalb für die energetischen, photonentechnischen und lichttechnischen Größen gleichermaßen. Die Beziehungen sollen im Weiteren am Beispiel der **lichttechnischen Größen** aufgezeigt werden.

6.1 Photometrisches Grundgesetz

Betrachtet man den Lichtaustausch zwischen zwei Flächen, wobei die strahlende Fläche den Index 1 und die bestrahlte Fläche den Index 2 erhält, so ergibt sich aus Gln. A5.27 für den Lichtstrom ϕ_1, der auf der Fläche A_2 auftrifft, folgendes Gesetz, das **photometrische Grundgesetz** (Bild A18).

$$\phi_1 = \int_{(\Omega_1)} \int_{(A_1)} L_1(\gamma_1) \cdot \mathrm{d}A_1 \cdot \cos\gamma_1 \cdot \mathrm{d}\Omega_1$$

bzw.

$$\mathrm{d}^2\phi_1 = L_1(\gamma_1) \cdot \mathrm{d}A_1 \cdot \cos\gamma_1 \cdot \mathrm{d}\Omega_1 \qquad \text{(A6.1)}$$

wobei gilt

$$\mathrm{d}\Omega_1 = \frac{\mathrm{d}A_2 \cdot \cos\gamma_2 \cdot \Omega_0}{r^2} \quad \text{und} \quad \mathrm{d}\Omega_2 = \frac{\mathrm{d}A_1 \cdot \cos\gamma_1 \cdot \Omega_0}{r^2}$$

bzw.

$$\mathrm{d}\Omega_1 \cdot \cos\gamma_1 = \mathrm{d}\Omega_{p1} \quad \text{und} \quad \mathrm{d}\Omega_2 \cdot \cos\gamma_2 = \mathrm{d}\Omega_{p2}$$

Das Doppelintegral bezeichnet man als geometrischen Fluss

$$G = \int_{(\Omega_1)} \int_{(A_1)} dA_1 \cdot \cos\gamma_1 \cdot \mathrm{d}\Omega_1 \qquad \text{(A6.2)}$$

Betrachtet man den Lichtstromanteil $\mathrm{d}^2\phi_1$, den die Fläche $\mathrm{d}A_1$ auf die Fläche $\mathrm{d}A_2$ wirft,

$$\mathrm{d}^2\phi_1 = L_1(\gamma_1) \cdot \mathrm{d}A_1 \cdot \cos\gamma_1 \cdot \mathrm{d}\Omega_1$$

und vergleicht ihn mit dem Lichtstromanteil $\mathrm{d}^2\phi_2$, den die Fläche $\mathrm{d}A_2$ auf die Fläche $\mathrm{d}A_1$ einstrahlt, so ergibt sich, dass dieser Lichtstromaustausch dem Verhältnis der Leuchtdichten proportional ist:

$$\frac{\mathrm{d}^2\phi_1}{\mathrm{d}^2\phi_2} = \frac{L_1(\gamma_1)}{L_2(\gamma_2)} \qquad \text{(A6.3)}$$

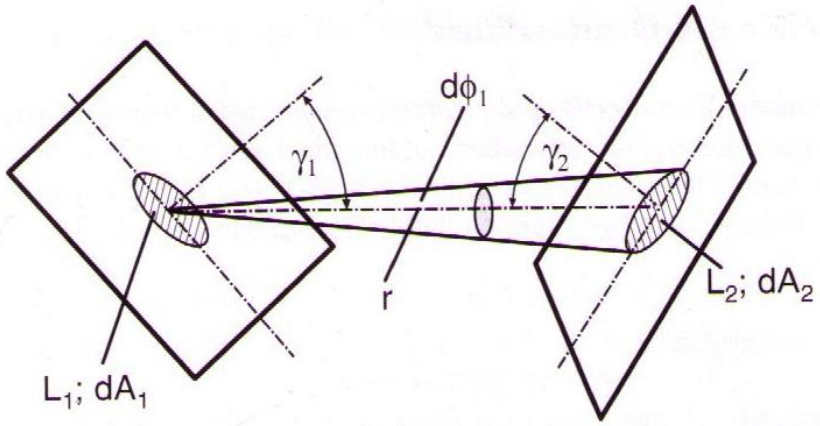


Bild 18: Bezeichnungen zum photometrischen Grundgesetz

Das photometrische Grundgesetz (Gln. A6.1) kann man in verschiedenen Schreibweisen finden:

$$\phi_1 = \int_{(A_1)} \int_{(A_2)} L(\gamma_1) \cdot \mathrm{d}A_1 \cdot \cos\gamma_1 \cdot \mathrm{d}A_2 \cdot \cos\gamma_2 \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \Omega_0 \qquad \text{(A6.1a)}$$

$$\phi_1 = \int_{(\Omega_{p1})} \int_{(A_1)} L(\gamma_1) \cdot \mathrm{d}A_1 \cdot \mathrm{d}\Omega_{p1} \qquad \text{(A6.1b)}$$

$$\phi_1 = \int_{(\Omega_1)} \int_{(A_{p1})} L(\gamma_1) \cdot \mathrm{d}A_{p1} \cdot \mathrm{d}\Omega_1 \qquad \text{(A6.1c)}$$

$$\phi_1 = \int_{(\Omega_{p2})} \int_{(A_2)} L(\gamma_1) \cdot \mathrm{d}A_2 \cdot \mathrm{d}\Omega_{p2} \qquad \text{(A6.1d)}$$

$$\phi_1 = \int_{(\Omega_2)} \int_{(A_{p2})} L(\gamma_1) \cdot \mathrm{d}A_{p2} \cdot \mathrm{d}\Omega_2 \qquad \text{(A6.1e)}$$

In differenzieller Schreibweise lautet das Grundgesetz:

$$\mathrm{d}^2\phi_1 = L(\gamma_1) \cdot \mathrm{d}A_1 \cdot \cos\gamma_1 \cdot \mathrm{d}A_2 \cdot \cos\gamma_2 \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \Omega_0 \qquad \text{(A6.1f)}$$

$$\mathrm{d}^2\phi_1 = L(\gamma_1) \cdot \mathrm{d}A_1 \cdot \mathrm{d}\Omega_{p1} \qquad \text{(A6.1g)}$$

$$\mathrm{d}^2\phi_1 = L(\gamma_1) \cdot \mathrm{d}A_{p1} \cdot \mathrm{d}\Omega_1 \qquad \text{(A6.1h)}$$

$$\mathrm{d}^2\phi_1 = L(\gamma_1) \cdot \mathrm{d}A_2 \cdot \mathrm{d}\Omega_{p2} \qquad \text{(A6.1i)}$$

$$\mathrm{d}^2\phi_1 = L(\gamma_1) \cdot \mathrm{d}A_{p2} \cdot \mathrm{d}\Omega_2 \qquad \text{(A6.1j)}$$

So ergibt sich aus Gleichung A6.1c mit der Definition der Leuchtdichte

$$L(\gamma_1) = \frac{\mathrm{d}I(\gamma_1)}{\mathrm{d}A_{p1}} \qquad \text{bzw.} \qquad I(\gamma_1) = \int_{(A_{p1})} L(\gamma_1)\,\mathrm{d}A_{p1}$$

$$\phi_1 = \int_{(\Omega_1)} I(\gamma_1)\cdot \mathrm{d}\Omega_1 = \int_{(A_1)}\int_{(A_2)} L(\gamma_1)\cdot \mathrm{d}A_1 \cdot \cos\gamma_1 \cdot \mathrm{d}A_2 \cdot \cos\gamma_2 \cdot \frac{1}{r^2}\cdot \Omega_0$$

6.2 Raumwinkelprojektionsgesetz und photometrisches Entfernungsgesetz

Die differentielle Beleuchtungsstärke dE ergibt sich aus Gleichung A6.1i

$$\mathrm{d}E = \frac{\mathrm{d}^2\phi_1}{\mathrm{d}A_2} = L(\gamma_1)\,\mathrm{d}\Omega_{p2} \tag{A6.4a}$$

bzw.

$$\boxed{E = \int_{(\Omega_{p2})} L(\gamma_1)\,\mathrm{d}\Omega_{p2}} \tag{A6.4b}$$

Diese Beziehung wird auch als „**Raumwinkelprojektionsgesetz**“ bezeichnet.

Wenn man das Raumwinkelprojektionsgesetz (Gln. A6.4a) für kleine Raumwinkel (d.h. kleine leuchtende Flächen) umschreibt, gilt

$$E \approx L(\gamma_1)\cdot \Omega_{p2} = L(\gamma_1)\cdot A_1 \cdot \cos\gamma_1 \cdot \cos\gamma_2 \cdot \frac{1}{r^2}\cdot \Omega_0$$

oder

$$E = \frac{L(\gamma_1)\cdot A_1 \cdot \cos\gamma_1}{r^2}\cdot \cos\gamma_2 \cdot \Omega_0 \tag{A6.4c}$$

bzw. mit der Definition der Leuchtdichte (Gln. A5.27)

$$\boxed{E = \frac{I(\gamma_1)}{r^2}\cdot \cos\gamma_2 \cdot \Omega_0} \tag{A6.4d}$$

Das ist das **photometrische Entfernungsgesetz**.

✍ Aufgabe C12,C13,C14

6.3 Parameter von LAMBERT-Strahlern (s.a. Abschnitt A 7.2.2.2.1)

Für viele Berechnungen nimmt man für die Strahlungsquellen an, dass sie aus allen Abstrahlwinkeln γ_1 die gleiche Leuchtdichte (Strahldichte, Photonenstrahldichte) haben.

d. h. $$L(\gamma_1) = L \neq f(\gamma_1) \qquad \text{(A6.5)}$$

Solche Strahler (siehe Bild A19) nennt man **LAMBERT-Strahler**.
Die Bedingung nach Gleichung A6.5 kann entsprechend der Leuchtdichtedefinition A5.27 nur erreicht werden, wenn

$$I(\gamma_1) \sim \cos\gamma_1$$

angenommen wird. Deshalb gilt für den LAMBERT-Strahler

$$\boxed{I(\gamma_1) = I(\gamma_1 = 0) \cdot \cos\gamma_1} \qquad \text{(A6.6)}$$

Die Winkelabhängigkeit von $L(\gamma_1)$ und $I(\gamma_1)$ zeigt Bild A19.

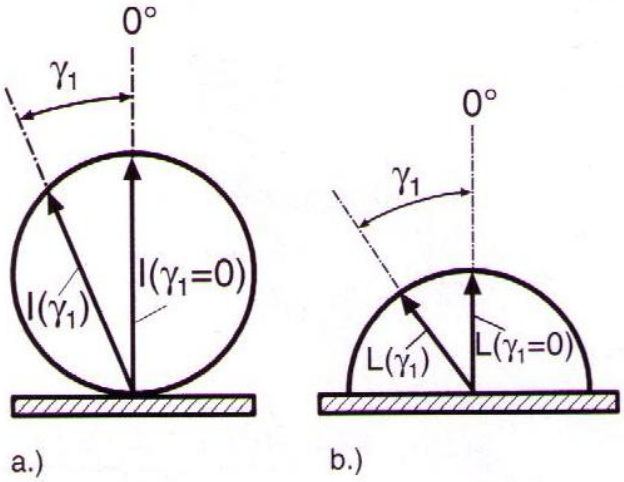


Bild A19: Lichtstärke- (a) und Leuchtdichteverteilung (b) eines LAMBERT-Strahlers

***